МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МУРМАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра цифровых технологий,
математики и экономики

Методические указания к выполнению лабораторных работ

Дисциплина Б1.О.05.05 Методы принятия решений
код и наименование дисциплины

Направление подготовки 09.03.01 Информатика и вычислительная техника
код и наименование направления подготовки /специальности

Направленность (профиль) Программное обеспечение вычислительной техники и автоматизированных систем
наименование направленности (профиля) /специализации образовательной программы

Мурманск
2021

Составитель – Авдеева Елена Николаевна, доцент кафедры цифровых технологий, математики и экономики Мурманского государственного технического университета

Методические указания к самостоятельной работе и выполнению контрольной работы рассмотрены и одобрены на заседании кафедры-разработчика: ЦТМиЭ протокол №12 от 21.06.2021г.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ОБЩИЕ ОРГАНИЗАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Данные методические указания разработаны в соответствии с учебным планом и рабочей программой в составе ОПОП по направлению подготовки: 09.03.01 Информатика и вычислительная техника, направленности (профилю): Программное обеспечение вычислительной техники и автоматизированных систем.

Целью выполнения лабораторных работ является закрепление теоретических знаний, практических умений и навыков решения задач, которые позволяют лицу, принимающему решение, сочетать собственные субъективные предпочтения с практическим анализом ситуации методами исследования операций в процессе выработки оптимальных решений.

В соответствии с рабочей программой по дисциплине «Методы принятия решений» объем времени на выполнение лабораторных работ составляет:

- 30 часов (очная форма обучения).

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование универсальной компетенции УК-2 в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 09.06.01 Информатика и вычислительная техника. Компетенция реализуется в части «Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из имеющихся ресурсов и ограничений».

Каждая лабораторная работа содержит описание порядка выполнения работы, примерный образец выполнения заданий с использованием средств пакета Excel и предполагает выполнение индивидуального задания обучающимся.

- Индивидуальное задание для выполнения лабораторной работы каждый обучающийся получает на занятии у ведущего преподавателя.

ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

№ п\п	Темы лабораторных работ	Кол-во часов по очной форме обучения
1.	Линейное программирование.	6
2.	Целочисленное линейное программирование.	4
3.	Транспортная задача.	6
4.	Динамическое программирование.	6
5.	Сетевые и потоковые задачи.	4
6.	Элементы теории массового обслуживания.	4
	Итого:	**30**

Лабораторная работа № 1. Линейное программирование

Тема “Расчет оптимального плана производства”

1.1 Порядок работы

1. Получить индивидуальное задание для выполнения лабораторной работы.
2. Написать математическую модель прямой и двойственной задачи.
3. Подготовить данные в таблицах Excel.
4. Провести расчет прямой и двойственной задачи.
5. По результатам анализа полученных расчетов принять решение об оптимальном плане производства с учетом имеющихся ресурсов и ограничений.

1.2 Образец выполнения задания

1. Задача

Автозавод выпускает 2 модели: "Каприз" и (более дешевую) "Фиаско". На заводе работает 1000 неквалифицированных и 800 квалифицированных рабочих, каждому из которых оплачивается 40 час/нед. Для изготовления модели "Каприз" требуется 30 час неквалифицированного и 50 час квалифицированного труда; для "Фиаско" - 40 час неквалифицированного и 20 час квалифицированного труда.

Каждая модель "Фиаско" требует затрат в размере 500$ на сырье и комплектующие изделия, тогда как каждая модель "Каприз" требует затрат 1500$; суммарные затраты не должны превосходить 900000$ в неделю. Рабочие, осуществляющие доставку, работают по 5 дней в неделю и могут забрать с завода не более 210 машин в день.

Каждая модель "Каприз" приносит фирме 1000 дол прибыли, а каждая модель "Фиаско" - 500 дол прибыли.

Требуется ответить на вопросы

Какой объем выпуска каждой модели Вы бы порекомендовали?

Что бы Вы порекомендовали для повышения прибыли фирмы?

2. Математическая модель задачи

Математическая модель прямой задачи:

$$Max(1000x_1 + 500x_2)$$
$$1500x_1 + 500x_2 \le 900000$$
$$30x_1 + 40x_2 \le 40000$$
$$50x_1 + 20x_2 \le 32000$$
$$x_1 + x_2 \le 1050$$
$$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0$$

Математическая модель двойственной задачи:

$$Min(900000y_1 + 4000y_2 + 32000y_3 + 1050y_4)$$
$$1500y_1 + 30y_2 + 50y_3 + y_4 \ge 1000$$
$$500y_1 + 40y_2 + 20y_3 + y_4 \ge 500$$
$$y_1 \ge 0, y_2 \ge 0, y_3 \ge 0, y_4 \ge 0$$

3. Данные в Excel.

Создадим таблицу в Excel для расчета аналогичной задачи для случая 5 основных переменных при 5 ограничениях на них.

В ячейки B7:C7 введем коэффициенты целевой функции, в ячейки B10:C13 введем коэффициенты системы ограничений задачи, в ячейки I10:I13 – правые части системы ограничений. Ячейки B4:C4 используются для искомых значений алана производства. Начальные значения в них можно не вводить.

После этого введем формулы: в ячейку G7 (значение целевой функции) – **=СУММПРОИЗВ(B4:F4;B7:F7),** в ячейку I7 (значение целевой функции двойственной задачи)- **=СУММПРОИЗВ(J10:J15;I10:I15).** В ячейку B8 введем формулу **=СУММПРОИЗВ($J10:$J15;B10:B15),** которую скопируем в ячейки C8:F8, в ячейку G10 введем формулу **=СУММПРОИЗВ(B$4:F$4;B10:F10),** которую скопируем в ячейки G11:G13.

4. Расчет прямой и двойственной задачи

Поставив курсор в ячейку G7, выберем пункт меню ДАННЫЕ - ПОИСК РЕШЕНИЯ. Заполняем входные данные

Установить целевую ячейку: G7

Равную: максимальному значению

Изменяя ячейки: B4:F4

Ограничения: B4:F4 >= 0

G10:G15 <= I10:I15

Параметры: Линейная модель OK

Выполнить OK

Если все сделано правильно, появится сообщение о том, что найдено оптимальное решение, после этого выбираем **тип отчета** Устойчивость OK.

Переходим на лист “Устойчивость”, копируем ячейки E18:E23, возвращаемся в текущий лист и вставляем скопированные ячейки в J10:J15. После этого возвращаемся и удаляем лист “Устойчивость”.

В итоге получаем таблицу

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1			Расчет плана производства							
2			Переменные задачи							
3	Имя	Каприз	Фиаско	Прод3	Прод4	Прод5				
4	Значение	366,667	683,333	0,000	0,000	0,000				
5	Ниж.гр.	0	0	0	0	0				
6	Верх.гр.	0	0	0	0	0	Цфпр.зад		Цфдв.зад	
7	Коэфф.ЦФ	1000	500	0	0	0	708333,3		708333,3	
8	Сум.ст.рес	1000	500	0	0	0				
9	Вид	0	Ограничения			0	Лев.чать	Знак	Пр.часть	Дв.оценк
10	Финансы	1500	500	0	0	0	891666,7	<=	900000	0
11	Сырье 1	30	40	0	0	0	38333,33	<=	40000	0
12	Сырье 2	50	20	0	0	0	32000	<=	32000	16,67
13	Сырье 3	1	1	0	0	0	1050	<=	1050	166,67
14	Сырье 4	0	0	0	0	0	0		0	0,000
15	Сырье 5	0	0	0	0	0	0		0	0

5. Анализ результатов

План производства 366,667 автомобилей “Каприз” и 683,333 “Фиаско” (Не целые значения переменных рассматриваем как не полностью готовый автомобиль), общая прибыль 708333,3$.

При этом не полностью истрачены финансы (остаток 8333,3$), неквалифицированная рабочая сила, квалифицированная рабочая сила полностью задействована, все автомобили вывезены.

Отличны от 0 двойственные оценки полностью истраченных ресурсов, оставшиеся ресурсы имеют нулевые двойственные оценки, целевая функция двойственной задачи (суммарная оценка наличных ресурсов) равна суммарной прибыли.

Суммарная стоимость ресурсов по каждому автомобилю равна его прибыли.

Для увеличения прибыли фирме необходимо увеличить количество квалифицированной рабочей силы, каждый дополнительный час принесет прибыль равную 16,7$ и увеличить объем отправки автомобилей с завода.

Лабораторная работа № 2. Целочисленное линейное программирование

Тема “Задачи целочисленного программирования”

1.1 Порядок работы

1. Получить индивидуальное задание для выполнения лабораторной работы.
2. Написать математическую модель задачи.
3. Подготовить данные в таблицах Excel.
4. Провести расчет прямой и двойственной задачи.
5. По результатам анализа полученных расчетов принять решение о выборе оптимального плана с учетом имеющихся ресурсов и ограничений.

1.2 Образец выполнения задания

1. Задача

Самолет загружается предметами с заданными массой и стоимостью. Сколько предметов каждого типа можно загрузить, чтобы общая стоимость предметов была максимальной, если задана грузоподъемность самолета: М = 15.

Предметы	1	2	3
Масса	2	3	1
Стоимость	65	80	30

Это задача целочисленного программирования, так как число предметов должно быть целым. Отметим, что в задачах целочисленного программирования не используется понятие двойственности.

2. Математическая модель

$$Max(65x_1 + 80x_2 + 30x_3)$$

$$2x_1 + 3x_2 + x_3 \le 15 \qquad x_i \ge 0, \qquad x_i - \textit{целые}$$

x_i – количество предметов каждого вида, которые можно загрузить в самолет.

3. Данные в Excel

Скопируем лист с результатами Лабораторной работы № 1 для решения данной задачи.

Ячейки B4-D4 используем для x_i. Так как в задачах целочисленного программирования нет понятия двойственности, очистим содержание строки 8, ячеек I6-I7, J9-J15 (пункт меню ПРАВКА-ОЧИСТИТЬ-ВСЕ).

Заполняем значения коэффициентов целевой функции и единственного ограничения.

4. Решение задачи

Поставив курсор в ячейку G7, выберем пункт меню ДАННЫЕ - ПОИСК РЕШЕНИЯ. Заполняем входные данные:

Установить целевую ячейку: G7

Равную: максимальному значению

Изменяя ячейки: B4: F4

Ограничения: B4: F4 >= 0

B4: F4 целое

G10: G15 <= I10: I15

Выполнить OK

Если все сделано правильно, появится сообщение о том, что найдено оптимальное решение.

Итоговая таблица имеет вид:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1			Расчет загрузки самолета						
2			Переменные задачи						
3	Имя	Предм 1	Предм 2	Предм 3	Предм 4	Предм 5			
4	Значение	7	0	1	0	0			
5	Ниж.гр.	0	0	0	0	0			
6	Верх.гр.	0	0	0	0	0	Цфпр.зад		
7	Коэфф.ЦФ	65	80	30	0	0	485		
8									
9			Ограничения				Лев.чать	Знак	Пр.часть
10	Вес	2	3	1	0	0	15	<=	15
11	Сырье 1	0	0	0	0	0	0	<=	0
12	Сырье 2	0	0	0	0	0	0	<=	0
13	Сырье 3	0	0	0	0	0	0	<=	0
14	Сырье 4	0	0	0	0	0	0		0
15	Сырье 5	0	0	0	0	0	0		0

5. Анализ результатов

Расчеты показывают, что общая стоимость предметов будет максимальной при грузоподъемности самолета: M = 15, если забрать в самолет 7 предметов первого вида и 1 предмет третьего вида. Их общая стоимость составит 485 д.е.

Лабораторная работа № 3. Транспортная задача

Тема “ Транспортная задача ”

1.1 Порядок работы

1. Получить индивидуальное задание для выполнения лабораторной работы.
2. Написать математическую модель прямой и двойственной задачи.
3. Подготовить данные в таблицах Excel.
4. Провести расчет прямой и двойственной задачи.
5. По результатам анализа полученных расчетов принять решение об оптимальном плане перевозок с учетом имеющихся ресурсов и ограничений.

1.2 Образец выполнения задания

1. Задача

Заводы фирмы расположены в городах: Кандалакша, Ковдор и Мурманск; они доставляют товары на склады городов: Полярные Зори, Оленегорск и Ловозеро. Расстояния между этими городами приведены в таблице (расстояния округлены до десятков км).

	Полярные Зори	Оленегорск	Ковдор	Ловозеро
Кандалакша	60	110	90	150
Мурманск	170	110	220	150
Ковдор	80	120	0	190

Завод в городе Кандалакше выпускает в год 500 т товаров, в Ковдоре 200, а в Мурманске –500 т. в городе Полярные Зори склад вмещает 400 т, Оленегорский - 600 т, а Ловозерский – 300 т, Ковдорский – 100 т. Как следует транспортировать товары для минимизации цен на перевозки?

2. Математическая модель задачи

В данной задаче поставщики имеют 1200 т, а склады могут вместить 1400 т., т.е. не все склады могут быть загружены полностью. Для того, чтобы сделать задачу согласованной, введем фиктивный завод с объемом выпуска равным 200 т. Расстояние от фиктивного завода до поставщиков примем равным 0. Таким образом, число переменных в задаче будет равно 16 ($n*m$), а число независимых условий равно 7 ($r = n + m - 1$).

Математическая модель прямой задачи:

$$Min(60x_{11}+110x_{12}+90x_{13}+150x_{14}+170x_{21}+110x_{22}+220x_{23}+150x_{24}+80x_{31}+120x_{32}+190x_{34})$$

$$x_{11}+x_{12}+x_{13}+x_{14}=500 \qquad x_{11}+x_{21}+x_{31}+x_{41}=400$$

$$x_{21}+x_{22}+x_{23}+x_{24}=500 \qquad x_{12}+x_{22}+x_{32}+x_{42}=600$$

$$x_{31}+x_{32}+x_{33}+x_{34}=200 \qquad x_{13}+x_{23}+x_{33}+x_{34}=100$$

$$x_{41}+x_{42}+x_{43}+x_{44}=200 \qquad x_{14}+x_{24}+x_{34}+x_{44}=300$$

$$x_{ij}\ge 0$$

Математическая модель двойственной задачи:

$$Max(500u_1+500u_2+200u_3+200u_4+400v_1+600v_2+100v_3+300v_4)$$

$u_i+v_j\le c_{ij}$, u_i, v_j *произвольного знака*

c_{ij} - расстояние между пунктами.

3. Данные в Excel

Подготовим таблицу расчета транспортной задачи для 8 поставщиков и 5 потребителей. В ячейки C4:G4 будут заноситься данные о потребителях, в ячейки B5:B12 – данные о поставщиках.

В ячейку K4 вводим формулу **=СУММ(C4:G4),** а в ячейку B13 - формулу **=СУММ(B5:B12).** Чтобы автоматически видеть несогласованность данных, введем в ячейки K3 и A13 формулы **=ЕСЛИ(B13>K4;B13-K4;0), =ЕСЛИ(K4>B13;K4-B13;0)** соответственно. Теперь, если в ячейке K3 будет положительное число, следует ввести фиктивного потребителя с объемом равным K3. И, наоборот, если в ячейке A13 будет положительное число, следует ввести фиктивного поставщика с объемом равным A13.

В ячейки C5:G12 вводятся коэффициенты целевой функции, расстояния или стоимости перевозки. Нулевые значения можно не вводить. Ячейки C15:G22 отводятся для решения задачи. В ячейку B15 вводим формулу **=СУММ(C15:G15),** которую скопируем в ячейки B16:B22. В ячейку C23 вводим формулу **=СУММ(C15:C22),** которую скопируем в ячейки D23:G23. Если число потребителей менее 8, можно некоторые колонки скрыть. Ячейка B23 будет содержать значение целевой функции, для чего в эту ячейку следует ввести формулу **=СУММПРОИЗВ(C5:G12;C15:G22).**

4. Решение задачи

Поставив курсор в ячейку B23, выберем пункт меню ДАННЫЕ - ПОИСК РЕШЕНИЯ.

Заполняем входные данные

Установить целевую ячейку: B23

Равную: миниимальному значению

Изменяя ячейки: C15:G22

Ограничения: C15:G22 >= 0

B15:B22 = B5:B12

C23:G23 = C4:G4

Параметры: Линейная модель OK

Выполнить OK

Если все сделано правильно, появится сообщение о том, что найдено оптимальное решение. После этого выбираем **тип отчета** Устойчивость OK.

Переходим на лист “Устойчивость”, копируем ячейки E77:E92, возвращаемся в текущий лист и вставляем скопированные ячейки в L5:L20. После этого возвращаемся и удаляем лист “Устойчивость”.

В результате расчетов получим таблицу

	A	B	C	D	E	F	G	K	L
1				Расчет транспортной задачи					
2				Переменные задачи					
3			Потр1	Потр2	Потр3	Потр4	Потр5	0	Дв.оценки
4		кол-во	400	600	100	300	0	1400	
5	Пост1	500	60	110	90	150	0		60
6	Пост2	500	170	110	220	150	0		60
7	Пост3	200	80	120	0	190	0		70
8	Пост4	200	0	0	0	0	0		-90
9	Пост5	0	0	0	0	0	0		-90
10	Пост6	0							-90
11	Пост7	0							-90
12	Пост8	0							-90
13	0	1400							0
14									50
15	Пост1	500	400	0	0	100	0		-70
16	Пост2	500	0	500	0	0	0		90
17	Пост3	200	0	100	100	0	0		-70
18	Пост4	200	0	0	0	200	0		0
19	Пост5	0	0	0	0	0	0		0
20	Пост6	0	0	0	0	0	0		0
21	Пост7	0	0	0	0	0	0		
22	Пост8	0	0	0	0	0	0		
23	Z=	106000	400	600	100	300	0		
24			0	50	-70	90	-70		

Замечания:

а) для удобства в ячейках C23:G23 (переменные задачи) определено условное форматирование, если значение равно нулю, цвет ячейки определен белым, т.е. значение 0 становится невидимым;

б) двойственные оценки поставщиков скопированы из ячеек L13:L20 в ячейки C24:G24.

5. Анализ результатов

Для минимизации цен на перевозку товаров транспортировку следует организовать таким образом: из Кандалакши везем 400 т в Полярные Зори и 100 т в Ловозеро; из Мурманска – 500 т в Оленегорск; из Ковдора – 100 т в Оленегорск и 100 т остается в Ковдоре. Дефицит груза оказался в Ловозере в объеме 200 т. Общий объем перевозок – 106000 ткм.

Двойственные оценки поставщиков и потребителей указывают на то, что для уменьшения затрат на перевозки следует увеличивать потребности третьего потребителя.

Лабораторная работа № 4. Динамическое программирование

Тема “Расчет оптимального распределения ресурсов”

4.1 Порядок работы

1. Получить индивидуальное задание для выполнения лабораторной работы.
2. Написать математическую модель задачи, используя принцип оптимальности и уравнения Беллмана.
3. Подготовить данные в таблицах Excel.
4. Провести расчет задачи.
5. По результатам анализа полученных расчетов принять решение об оптимальном распределении ресурсов
6. Описать особенности модели.

4.2 Образец выполнения задания

1. Задача

Планируется распределение начальной суммы $S_0 = 5$ усл. ед. между четырьмя предприятиями, причем средства выделяются только в размерах, кратных 1 усл. ед. Предполагается, что выделенные *k*-му предприятию (*k*=1, 2, 3, 4) в начале планового периода средства x приносят прибыль $f_k(x)$.

Считать, что:

1) прибыль $f_k(x)$, полученная от вложения средств в предприятие, не зависит от вложения средств в другие предприятия;
2) прибыль, полученная от разных предприятий, выражается в одинаковых условных единицах;
3) суммарная прибыль равна сумме прибылей, полученных от каждого предприятия.

Функции $f_k(x)$ заданы в таблице:

x	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$	$f_4(x)$
1	8	6	3	4
2	10	9	4	6
3	11	11	7	8
4	12	13	11	13
5	18	15	18	16

2. Математическая модель задачи

Обозначим через x_k количество средств, выделенных *k*-му предприятию (нумерацию предприятий в процессе решения следует сохранять неизменной).

Целевая функция $Z = \sum_{k=1}^{4} f_k(x_k)$.

Переменные x удовлетворяют ограничениям

$$Z = \sum_{k=1}^{4} x_k = 5,$$

$$x_k \geq 0, \quad k = 1, 2, 3, 4.$$

Требуется найти переменные x_1, x_2, x_3, x_4, удовлетворяющие системе ограничений и обращающие в максимум целевую функцию.

Схема решения задачи методом динамического программирования может иметь следующий вид:

– процесс распределения средств $s_0 = 5$ можно рассматривать как четырехшаговый, номер шага совпадает с номером предприятия;
– выбор переменных x_1, x_2, x_3, x_4 –управление соответственно на I, II, III. IV шагах;
– $\hat{s}$ – конечное состояние процесса распределения ($\hat{s}$ =0, так как все средства должны быть вложены в производство);
– уравнения состояний $s_k = s_{k-1} - x_k$, $k = 1, 2, 3, 4$, где s_k – параметр состояния – количество средств, оставшихся после *k*-го шага.

Используем уравнения Беллмана

$Z_k^*(s_{k-1}) = \max_{\{X_k\}} \left\{ f_k(s_{k-1}, X_k) + Z_{k+1}^*(s_k) \right\}, k = n-1, n-2, ..., 2, 1$, где

n – общее количество шагов (расчет ведется, начиная с последнего шага);

s_{k-1}, s_k – состояние системы соответственно в конце ($k-1$)-го и k -го шагов;

$Z_k^*\left(s_{k-1}\right)$ –условный максимум целевой функции;

X_k – произвольное управление на *k*-м шаге и оптимальном управлении на последующих $n-k$ шагах;

$f_k(s_{k-1}, X_k)$ – показатель эффективности *k*-го шага.

Уравнения Беллмана представляют рекуррентные соотношения, позволяющие найти предыдущее значение функции через последующие значения.

Для рассматриваемой задачи уравнения Беллмана имеют вид:

$$k = 4,\ s_4 = 0 \Rightarrow Z_4^*\left(s_3\right) = \max_{0 \le x_4 \le s_3} f_4(x_4),$$

$$k = 3,\ Z_3^*\left(s_2\right) = \max_{0 \le x_3 \le s_2} \left\{ f_3(x_3) + Z_4^*\left(s_3\right) \right\},$$

$$k = 2,\ Z_2^*\left(s_1\right) = \max_{0 \le x_2 \le s_1} \left\{ f_2(x_2) + Z_3^*\left(s_2\right) \right\},$$

$$k = 1,\ Z_1^*\left(5\right) = \max_{0 \le x_1 \le 5} \left\{ f_1(x_1) + Z_2^*\left(s_1\right) \right\}.$$

3. Данные в Excel.

Самостоятельно заполните расчетные таблицы в Excel, используя реШение задачи, приведенное в п.4.

4. Решение задачи

Последовательно решаем записанные уравнения, проводя условную оптимизацию каждого шага.

IV шаг. Начинаем с последнего шага, предполагая, что к этому моменту средства первому, второму и третьему предприятиям уже распределены. Все средства, оставшиеся к IV шагу, следует вложить в 4-е предприятие. При этом возможная оставшаяся сумма может быть любой: s_3 = 0, 1, …, 5 (усл. е)

Получим

$$Z_4^*\left(s_3\right) = f_4(s_3) \quad \text{и} \quad x_4^*\left(s_3\right) = s_3.$$

III шаг. Делаем все предположения относительно остатка средств s_2, к **III** шагу (т.е. после выбора x_1, и x_2); s_2 может принимать значения 0, 1, 2, 3, 4, 5 (в зависимости от того, сколько получили первые два предприятия). Выбираем $0 \le x_3 \le s_2$, находим $s_3 = s_2 - x_3$, и сравниваем для разных значений x_3 при фиксированном значении s_2, значения суммы $f_3(x_3) + Z_4^*\left(s_3\right)$. Наибольшее из этих значений есть $Z_3^*(s_2)$ – условная оптимальная прибыль, полученная при оптимальном распределении средств между 3-м и 4-м предприятиями. Оптимизация дана в табл. 3.2 при *k* = 3.

Для шагов **II** и **I** проводим рассуждения аналогично шагу **III**.

Все данные, полученные в ходе решения задачи методом динамического программирования занесены в таблицу

s_{k-1} Сумма к распре-деле-нию	x_k Сум-ма для k -го пред.	s_k Сум-ма - оста-ток после k -го шага	k =3			k =2			k =1		
			$f_3(x_3)+Z_4^*(s_3)$	$Z_3^*(s_2)$ условная прибыль	$x_3^*(s_2)$	$f_2(x_2)+Z_3^*(s_2)$	$Z_2^*(s_1)$ условная прибыль	$x_2^*(s_1)$	$f_1(x_1)+Z_2^*(s_1)$	$Z_1^*(s_0)$ условная прибыль	$x_1^*(s_0)$
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0 1	1 0	0+4=4 3+0=3	4	0	0+4=4 6+0=6	6	1	0+6=6 8+0=8	8	1
2	0 1 2	2 $\underline{1}$ 0	0+6=6 3+$\underline{4}$=7 4+0=4	$\underline{7}$	$\underline{1}$	0+7=7 6+4=10 9+0=9	10	1	0+10=10 8+6=14 10+0=10	14	1
3	0 1 2 3	3 2 1 0	0+8=0 3+6=9 4+4=8 7+0=7	9	1	0+9=9 6+7=13 9+4=13 11+0=11	13	1 2	0+13=13 8+10=18 10+6=16 11+0=11	18	1
4	0 1 2 3 4	4 3 2 1 0	0+13=13 3+8=11 4+6=10 7+4=11 11+0=11	13	0	0+13=13 6+9=15 9+$\underline{7}$=16 11+4=15 13+0=13	$\underline{16}$	$\underline{2}$	0+16=16 8+13=21 10+10=20 11+6=17 12+0=12	21	1
5	0 1 2 3 4 5	5 4 3 2 1 0	0+16=16 3+13=16 4+8=12 7+6=13 11+4=15 18+0=18	18	5	0+18=18 6+13=19 9++9=18 11+7=18 13+4=17 15+0=15	19	1	0+19=19 8+$\underline{16}$=24 10+13=23 11+10=21 12+6=18 18+0=18	**$\underline{24}$**	$\underline{1}$

(в таблице подчеркнуты значения, соответствующие оптимальным условным прибылям и суммы, выделяемые предприятиям)

5. Анализ результатов

Максимум суммарной прибыли равен 24 усл. ед. при условии, что выделены средства:

первому предприятию 1 усл. ед.;
второму предприятию - 2 усл. ед.;
третьему предприятию - 1 усл. ед.;
четвертому предприятию - 1 усл. ед.

Лабораторная работа № 5. Сетевые и потоковые задачи

Тема “Задача коммивояжера”

5.1 Порядок работы

1. Получить индивидуальное задание для выполнения лабораторной работы.
2. Написать математическую модель задачи.
3. Подготовить данные в таблицах Excel.
4. Провести расчет задачи.
5. По результатам анализа полученных расчетов принять решение об оптимальном плане перемещений с учетом ограничений.

5.2 Образец выполнения задания

1. Задача

Имеется необходимость посетить n городов в ходе деловой поездки. Спланировать поездку нужно так, чтобы, переезжая из города в город, побывать в каждом городе не более одного раза и вернуться в исходный город. Протяженность маршрута должна быть минимальна. Задана матрица расстояний между городами c_{ij}.

Пусть $x_{ij} = 1$, если путешественник переезжает из i -ого города в j-ый и $x_{ij} = 0$, если это не так.

Формально введем $(n+1)$ город, расположенный там же, где и первый город, т.е. расстояния от $(n+1)$ города до любого другого, отличного от первого, равны расстояниям от первого города. При этом, если из первого города можно лишь выйти, то в $(n+1)$ город можно лишь прийти.

Введем дополнительные целые переменные, равные номеру посещения этого города на пути. $u_1 = 0$, $u_{n+1} = n$. Для того, чтобы избежать замкнутых петель, выйти из первого города и вернуться в $(n+1)$ введем дополнительные ограничения, связывающие переменные x_{ij} и переменные u_i. (u_i целые неотрицательные числа).

2. Математическая модель

$$Min\,(\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=}^{n} c_{ij}x_{ij}), \quad i,j=1\div n,\cdot\cdot i\neq j$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij}=1, \quad i\neq j, \qquad \sum_{j=1}^{n} x_{ij}=1, \quad j\neq i$$

$$u_i-u_j+nx_{ij}\le n-1, \quad j=2\div n+1, \quad i=1\div n, \quad i\neq j, \quad при \quad i=1 \quad j\neq n+1$$

$$0\le u_i\le n \quad x_{in+1}=x_{i1}, \quad i=2,...,n$$

3. Данные в Excel.

Решим задачу для трех пунктов.

В ячейки B4:G4 введем расстояния между пунктами, в ячейках B5:G5 будут располагаться значения искомых переменных $x_{ij,}$ в ячейках H5 – K5 значения переменных u_i, в ячейке L3 формула **=СУММПРОИЗВ(B4:G4;B5:G5)** – общий путь, который мы должны минимизировать. Для переменных задачи введем верхние ограничения в ячейки B6 – K6..

Заполняем систему ограничений. Первые три строки – сумма переменных $x_{ij,}$ по строкам, следующие три – сумма переменных $x_{ij,}$ по столбцам. Правые части в этих ограничениях равны 1, что обозначает, что из каждого города есть один выход и в каждый город есть один вход.

Заполняем ограничения, связывающие $x_{ij,}$ и u_i.

Правые части ограничений находятся в A7 – A18. Вводим формулу в A7 =**СУММПРОИЗВ(B7:K7;B$5:K$5),** которую копируем вниз до A18.

4. Решение задачи

Поставив курсор в ячейку L3, выберем пункт меню ДАННЫЕ - ПОИСК РЕШЕНИЯ.

Заполняем входные данные

Установить целевую ячейку: L3

Равную: минимальному значению

Изменяя ячейки: B5: K5

Ограничения: B5: K5 >= 0

B5: K5 целое

B5: K5 <= B6: K6

A7:A12 = 1

A13:A18 <= 3

Параметры: Линейная модель OK

Выполнить OK

Если все сделано правильно, появится сообщение о том, что найдено оптимальное решение.

Итоговая таблица имеет вид:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1			Задача коммивояжера									
2	Число точек		3									
3		X12	X13	X21	X23	X31	X32	U1	U2	U3	U4	14
4	Cij	3	5	3	6	5	6					Zopt
5	Xij + Ui	0	1	1	0	0	1	0	2	1	3	
6	Верх.гр	1	1	1	1	1	1	3	3	3	3	
7	1	1	1									
8	1			1	1							
9	1					1	1					
10	1	1					1					
11	1		1		1							
12	1			1		1						
13	-2	3						1	-1			
14	2		3					1		-1		
15	2			3					1		-1	
16	1				3				1	-1		
17	-2					3				1	-1	
18	2						3		-1	1		

5. Анализ результатов

Полученный оптимальный маршрут имеет длину равную 14 и проходит через города 1-3-2-1.

Лабораторная работа № 6. Элементы теории массового обслуживания

Тема “ Задача анализа случайного процесса с дискретными состояниями”

6.1 Порядок работы

1. Получить индивидуальное задание для выполнения лабораторной работы.
2. Записать систему уравнений Колмогорова для определения вероятностей состояний системы S.
3. Построить граф системы S.
4. Найти предельные вероятности системы S, используя систему дифференциальных уравнений Колмогорова (для решения системы допустимо использование специальных возможностей пакета Excel).
5. По результатам анализа полученных расчетов оценить экономическую эффективность заданных вариаций времени ремонта каждого из узлов, и затраты на ремонт каждого узла (в единицу времени).

6.2 Образец выполнения задания

1. Задача

Представлен случайный процесс: устройство S состоит из двух узлов, каждый из которых в случайный момент времени может выйти из строя, после чего мгновенно начинается ремонт узла, продолжающийся заранее неизвестное случайное время. Возможны следующие состояния системы:

S_0 - оба узла исправны;

S_1 - первый узел ремонтируется, второй исправен;

S_2 - второй узел ремонтируется, первый исправен;

S_3 - оба узла ремонтируются.

Переходы системы S из состояния в состояние происходят практически мгновенно, в случайные моменты выхода из строя того или иного станка или окончания ремонта.

Процесс перехода из состояния в состояние считать марковским с дискретными состояниями и непрерывным временем под воздействием простейших потоков событий с интенсивностями λ_{ij} .

Показатели интенсивностей заданны в таблице

↓	λ_{01}	λ_{02}	λ_{13}	λ_{23}
	1	2	2	1
↑	λ_{10}	λ_{20}	λ_{31}	λ_{32}
	2	3	3	2

Вероятности состояний в начальный момент времени принять равными:

$$p_1(0) = 1,\ p_2(0) = p_3(0) = 0 .$$

Разработайте алгоритм решения задачи, используя материалы источника [10] списка литературы (стр. 340-345) и решите её.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Федунец Н.И., Теория принятия решений : Учебное пособие для вузов /Федунец Н.И., Куприянов В.В. - М: Издательство Московского государственного горного университета, 2005. - 218 с. - ISBN 5-7418-0397-0 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN5741803970.html
2. Рыжиков Ю. И. Теория очередей и управление запасами : Учеб.пособие для вузов / Ю. И. Рыжиков. - Санкт-Петербург : Питер, 2001. - 384 с. : ил. - (Учебник для вузов). (11 экз)
3. Карманов, В. Г. Математическое программирование / В. Г. Карманов. - 5-е изд., стер. - Москва : Физматлит, 2001. - 264 с. (6 экз)
4. Корнеев, А. М. Методы принятия решений: методические указания к проведению практических занятий по курсу «Теория принятия решений» / А. М. Корнеев. — Липецк : Липецкий государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2012. — 19 c. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: http://www.iprbookshop.ru/22892.html
5. Черников Ю.Г., Системный анализ и исследование операций : Учебное пособие для вузов / Черников Ю.Г. - М: Издательство Московского государственного горного университета, 2006. - 370 с. - ISBN 5-7418-0424-1 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL: http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN5741804241.html
6. Сухинин М.Ф., Численное решение задач линейного программирования и вычисление границ спектра симметричной матрицы [Электронный ресурс] / Сухинин М.Ф. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2002. - 160 с. - ISBN 5-9221-0242-7 - Режим доступа: http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN5922102427.html
7. Кириллов Ю.В., Прикладные методы оптимизации. Часть 1 : Методырешения задач линейного программирования : учеб. пособие / Кириллов Ю.В. - Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2012. - 236 с. - ISBN 978-5-7782-2053-9 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL: http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785778220539.html
8. Казанская О.В., Модели и методы оптимизации : учеб. пособие / Казанская О.В. - Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2012. - 204 с. - ISBN 978-5-7782-1983-0 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL: http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785778219830.html